Comment les enfants apprennent à calculer, Rémi BRISSIAUD, 1989

Première partie : communiquer

▶ Chapitre 1 : Deux moyens de communiquer à propos des quantités : les collections-témoins et les nombres

Chiffres et mots-nombres

- Différencier les nombres et les chiffres : l'écriture d'un seul nombre se fait à l'aide de deux chiffres.
- Différencier nombres et mots-nombres : la désignation d'un seul nombre nécessite l'emploi de deux mots-nombres. Ex : dix-sept : dix et sept.

Rq : de 0 à 16, à chaque nombre correspond un mot-nombre différent.

Collections-témoins et nombres

- Pour représenter une quantité, on peut construire une collection-témoin et utiliser la correspondance terme à terme.
  ↳ Le nombre n'est donc pas le seul moyen pour garder la mémoire des quantités.
- Plusieurs procédures de mise en correspondance terme à terme :
  - Des cailloux successivement ajoutés (1)
  - Des doigts successivement levés (2)
  - Des mots-nombres (comptage oral) (3)
  - Des chiffres (numérotage écrit) (4)
  - Des doigts successivement baissés (5)
- La façon dont la quantité est représentée varie :
  - La quantité est représentée par l'ensemble des éléments mis en correspondance terme à terme = collection-témoin (1 et 2).
  - La quantité est représentée par le dernier élément mis en correspondance terme à terme = représentations numériques (3,4 et 5)
- Collection-témoin = représentation analogique d'une quantité.
- Représentations numériques : une pluralité est représentée par un signe unique = représentation conventionnelle de la quantité.

▶ Chapitre 2 : Un premier processus d'apprentissage : du comptage-numérotage au dénombrement

Comptage-numérotage et dénombrement

- Compter c'est mettre en correspondance terme à terme les objets d'une collection avec la suite des mots-nombres tout en respectant l'ordre conventionnel.
- Il faut que la 1ère entité comptée, comme les suivantes, puisse être appariée au mot-nombre « un ».
- Mais il faut distinguer le comptage-numérotage et le dénombrement.
- Le comptage-numérotage : avant 4 ans, les enfants procèdent souvent à un comptage lorsqu'on leur demande combien il y a d'objets mais ils ne savent pas toujours qu'il faut extraire le dernier mot-nombre pour donner la réponse.

- Le dénombrement : un enfant sait dénombrer une collection quand le dernier mot-nombre qu'il prononce représente à lui seul la quantité de tous les objets.

Du comptage-numérotage au dénombrement : une transition difficile

- Pour accéder au dénombrement, à partir du comptage-numérotage, l'enfant doit changer la signification du dernier mot-nombre prononcé pour qu'il représente la quantité de tous les objets : de « le sept » on passe à « les sept ».
- Attention : lorsque l'enfant utilise le dernier mot-nombre prononcé pour répondre à une question de type « combien », il n'utilise pas forcément le dénombrement. Sa réponse peut simplement être une adaptation à l'attente de l'adulte (répéter le dernier mot prononcé).

Le rôle de la perception visuelle globale des petites quantités dans l'accès au dénombrement.

- Perception globale des petites quantités = quand l'enfant est capable de prononcé le mot-nombre correspondant à une petite quantité sans compter.
- L'usage de constellations facilite l'accès au dénombrement : jeux de dés, dominos.

Enseigner le comptage

- Un enfant sait compter quand il sait mettre en correspondance terme à terme les objets d'une collection avec les mots-nombres de la comptine numérique.
- Savoir-faire précoce pour les petites collections : l'enfant s'aide souvent d'un pointage avec l'index.
- Quand la taille de la collection augmente, difficulté.
- 2 sortes d'erreurs de comptage :
    - Oubli d'un objet ou comptage 2 fois du même objet = manque de méthode ; dépend de la disposition des objets à compter.
        - ↳ Pour l'aider, l'enseignant peut amener l'enfant à déplacer les objets : séparer ceux qui sont comptés de ceux qui ne le sont pas.
    - Pointage des objets et récitation de la comptine non coordonnés : l'enfant prononce un mot-nombre entre 2 objets :
        - ↳ Récitation trop rapide de la comptine numérique.
        - ↳ Ou difficultés à se remémorer la suite des mots-nombres et toute l'attention est portée sur cette tâche.

    → Dans les 2 cas, trop grande focalisation de l'attention.

    → Proposer des activités de comptage où c'est l'adulte qui récite la comptine, l'enfant se concentre sur la correspondance terme à terme.

► Chapitre 3 : Un second processus d'apprentissage : des collections-témoins de doigts au dénombrement

La représentation des quantités par une collection-témoin de doigts

- Il ne suffit pas de savoir dénombrer une collection pour avoir une bonne représentation des quantités.
- Un enfant qui saurait dénombrer une collection de 8 objets mais qui ne saurait pas montrer 8 doigts directement, sans compter, n'a pas une bonne conception des quantités.
- Une collection de doigts fournit des infos visuelles mais aussi kinesthésiques et tactiles : important dans la conception des quantités.

Activités possibles avant 4 ans

- Pour les très petites quantités :
  - Distribution des gâteaux.
  - Gestion des boîtes à ciseaux… : on peut représenter els quantités correspondantes sur les boîtes de rangement par le dessin d'une main.
  - Jeu de boîtes de classement.
  - Jeux de loto.
- Pour les quantités de plus grande taille :
  - Gestion des absences de la classe : pour chaque absent on lève un doigt.
  - Ages : faire correspondre avec les doigts.
- Utilisation de comptines avec jeux de doigts : l'enfant doit y coordonner l'énonciation d'un mot-nombre avec la production d'une configuration de doigts correspondant.

Après 4 ans :

- Rôle mnémotechnique de la comptine numérique.
- Apprendre aux enfants à compter des objets en les pointant avec l'index.
- Apprendre aux enfants à compter leurs doigts en les sortant l'un après l'autre.
- C'est parce que l'enfant a appris à représenter els petites quantités directement sur ses doigts que chaque mot-nombre représente globalement la quantité de doigts sortis.

▶ Chapitre 4 : les premiers usages des chiffres

Une file numérique écrite pour aider à la traduction des mots-nombres en chiffres (et inversement)

- L'ordre conventionnel des mots-nombres favorise leur mémorisation : il en est de même pour la file numérique.
- En s'aidant de leur connaissance de la comptine numérique, les enfants peuvent retrouver la lecture et l'écriture d'un nombre avant de savoir lire et écrire.

Communiquer des quantités par écrit : passer une commande, décoder cette commande.

- Plusieurs méthodes :
  - Dessin de la collection (quantité demandée). (1)
  - Recopiage de la suite des chiffres puis (2) :
    - Barrent ceux qui sont en trop.
    - Séparent ceux qui sont en trop des autres : 1 2 3 4 5 6 7 / 8 9 10…
    - Résultat d'un « double pointage » : l'enfant pointe un objet de la collection auquel il associe un chiffre.
  - Quantité représentée sous forme numérique. (3)
- Pour passer de (2) à (3) :
  - Comparaison des différents messages permet aux enfants de découvrir que certains élèves se sont contentés d'écrire « le dernier numéro ».
  - L'activité de décodage d'une commande : pour accepter de réduire son message au dernier chiffre utilisé, un enfant doit pouvoir expérimenter l'efficacité de ce « message réduit ».
  - Entraînement régulier :
    - De la collection vers l'écriture chiffrée (codage).
    - De l'écriture chiffrée vers la collection (dédcodage).

Un contexte où la numération est première : l'utilisation d'un calendrier

- L'emploi des chiffes en tant que numéros réfère peu à une quantité.
- La numérotation des jours est la pratique sociale sur laquelle le pédagogue va s'appuyer pour permettre aux enfants de mieux gérer le temps qui passe.
- Amener les enfants à avoir une « lecture cumulée » de la suite des dates : quand on est le 9, c'est une quantité de 9 jours écoulés depuis le début du mois.

2ème partie : Calculer

► Chapitre 5 : Deux modes de mise en relation des quantités : comptage et calcul

La distinction entre comptage et calcul

- Les enfants savent résoudre certains problèmes d'addition et de soustraction avant tout apprentissage du symbolisme arithmétique (+,-,=).
- Ils utilisent 2 sortes de procédures :
    - Procédures de comptage : nécessitent l'emploi d'objets avec lesquels les enfants miment les transformations décrites dans l'énoncé (cela peut être avec les doigts).
    - Procédures de calcul.
- Calculer = mettre en relation des quantités, directement à partir de leurs représentations numériques, sans passer par la réalisation physique d'une ou plusieurs collections dont les éléments seraient dénombrés.

Deux domaines numériques : celui du calcul et celui du comptage

- Fin GS, les enfants peuvent résoudre par un calcul mental des problèmes numériques qui mettent en jeu de très petites quantités.
- Avec de plus grandes quantités, les enfants se servent de collections-témoins. Procédures de comptage comme « recompter le tout » (dans le cas d'un ajout) ou « compter ce qui reste » (dans le cas d'un retrait).
- Distinguer 2 domaines pour les activités numériques :
    - Un domaine assez vaste dans lequel les enfants résolvent des problèmes par des procédures de comptage en utilisant des collections d'objets.
    - Un domaine plus restreint dans lequel les procédures de calcul sont systématiquement privilégiées.
- Rôle de l'enseignant : permettre à l'enfant d'élargir son domaine de calcul.

La résolution de problèmes ne nécessite pas l'utilisation des égalités numériques

- Tant que la taille des quantités autorise la formation de collections-témoins, la détermination du résultat d'un ajout ou d'un retrait ne nécessite pas de savoir employer les signes +,- ou = : les enfants utilisent des procédures de comptage (ou calcul si très petites quantités).
- Les enfants connaissent certaines relations entre les nombres avant tout apprentissage du symbolisme arithmétique et avant tout apprentissage « par cœur » d'une table d'opération.

▶Chapitre 6 : Deux composantes du progrès vers le calcul : l'amélioration des pratiques de comptage et l'usage de collections-témoins organisées.

Deux processus jouent un rôle essentiel dans l'apprentissage du calcul :
- Les enfants ont de moins en moins besoin d'utiliser des objets parce qu'ils substituent des mots-nombres aux objets de leurs procédures de comptage.
- Les enfants accèdent au calcul en pensant à des collections organisées qui peuvent être des configurations de doigts ou des constellations.

➙ Pour accéder au « calcul pensé ».

L'amélioration des procédures de comptage : exemple du calcul du résultat d'un ajout : 4 objets auxquels on en rajoute 3.
- Quand un enfant recompte le tout, il représente chacune des 2 quantités par des collections-témoins.
  ↳ L'enfant crée une collection de 4 doigts sur une main et de 3 doigts sur l'autre et dénombre l'ensemble des doigts levés.
- Dans un second temps, l'enfant n'a plus besoin de créer une collection de 4 doigts mais continue à se réciter la suite des mots-nombres jusqu'à 4 puis collection de 3 doigts levés.
- Puis l'enfant n'a plus besoin de réciter le début de la comptine = SURCOMPTAGE.
- Autre procédure de surcomptage : l'enfant ne forme plus la collection de 3 doigts mais lève ces doigts successivement : il dit « cinq » en levant un doigt, etc…
  ↳ On peut penser que les doigts ne représentent plus des objets mais des mots-nombres.
- Il faut se méfier d'un enseignement systématique du surcomptage : pas suffisant pour développer de bonnes compétences numériques.

L'emploi de collections-témoins organisées
- La précocité du calcul concernant les très petites quantités s'explique par la possibilité de « voir » ces quantités.
- Lorsque la taille des collections augmente, les performances dépendent des possibilités qu'ont les enfants de se représenter de façon rapide ces quantités.
- Les configurations de doigts constituent des collections-témoins privilégiées parce qu'une configuration de doigts correspondant à une quantité donnée peut être construite ou « lue » de manière simultanée, sans passer par un comptage un à un.
  ↳ permettent une mise en relation plus directe des quantités.
- Quand un enfant sait associer directement, sans compter, plusieurs configurations de doigts à un mot-nombre donné, cela permet à l'enfant de progresser vers le calcul.
- Idem pour les constellations.

➙ Ce sont des collections-témoins « organisées » qui permettent de « sentir » les quantités.

L'emploi de collections-témoins organisées prépare au calcul pensé
- Quelques exemples de procédures relevant du calcul pensé d'une somme :
  - L'usage des doubles.
  - Le passage de la dizaine : ex : pour calculer 9 plus 3, l'enfant calcule 9 plus 1 et 2.

- Le « retour au cinq » : pour calculer 8 plus 6, l'enfant décompose 8 en 5 plus 3 et 6 en 5 plus 1 → 5 et 5,10 et 4, 14.

- Un calcul pensé n'est pas nécessairement un calcul mental : rien n'interdit d'utiliser l'écriture.
- Le calcul pensé n'est possible que dans la mesure où l'appropriation de certaines relations numériques a été amorcé.
- Quand un enfant n'utilise pas de collections-témoins organisées, les 1ères relations numériques qu'il est susceptible de connaître verbalement sont celles qui correspondent à l'ajout d'une unité : relations où le résultat d'obtient en disant le mot-nombre suivant.

Enseigner le calcul pensé pour étendre le réseau des relations numériques connues

- La procédure de surcomptage est un emploi « systématique ».
- Le calcul pensé est une procédure plus particularisante.
- Au CP, il s'agit de prendre conscience de ces différentes formes de calcul.
- Pour provoquer l'usage des doubles, l'enseignant proposera aux enfants de calculer une liste de sommes telles que les 2 nombres à additionner diffèrent de 1 ou 2.

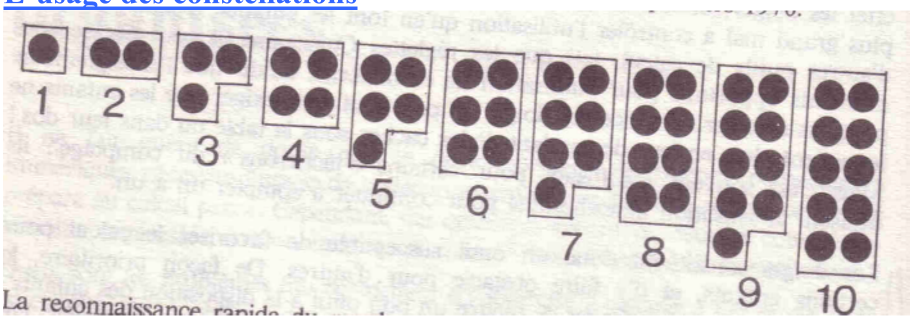
⇒ Il semble préférable d'enseigner le calcul pensé plutôt que le surcomptage car ce dernier ne permet pas d'aller vers une meilleure conception des quantités.

▶ Chapitre 7 : L'apprentissage du calcul avec des collections-témoins organisées

Faut-il enseigner l'usage des doigts pour résoudre des problèmes arithmétiques ?

- Tous les enfants n'utilisent pas leurs doigts comme une collection-témoin organisée : certains ne sont pas capables de montrer *x* doigts directement sans passer par le comptage un à un.
  ↳ Dans ce cas, la collection de doigts agit comme une collection de jetons.
- Les doigts constituent donc un outil susceptible de favoriser le calcul pour certains enfants, et d'y faire obstacle pour d'autres.
- Lors de la résolution de problèmes arithmétiques, l'enseignant doit être prudent quant à l'utilisation des doigts car les enfants en font un usage très divers.
  ↳ Apprendre aux enfants à représenter les quantités sur les doigts mais éviter pour la résolution de problèmes. Utiliser plutôt un matériel qui a la même structure que les doigts mais dont les effets pédagogiques sont plus faciles à contrôler par l'enseignant.

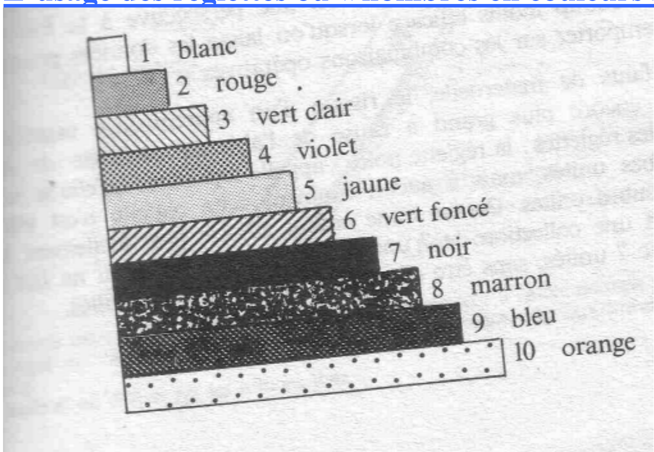
L'usage des constellations



- La reconnaissance rapide du nombre représenté provient du groupement par 2.
- L'enfant n'a pas besoin de recompter le tout car il reconnaît la plaquette-somme.
- Inconvénient : pauvreté de l'environnement pédagogique qu'elles créent.

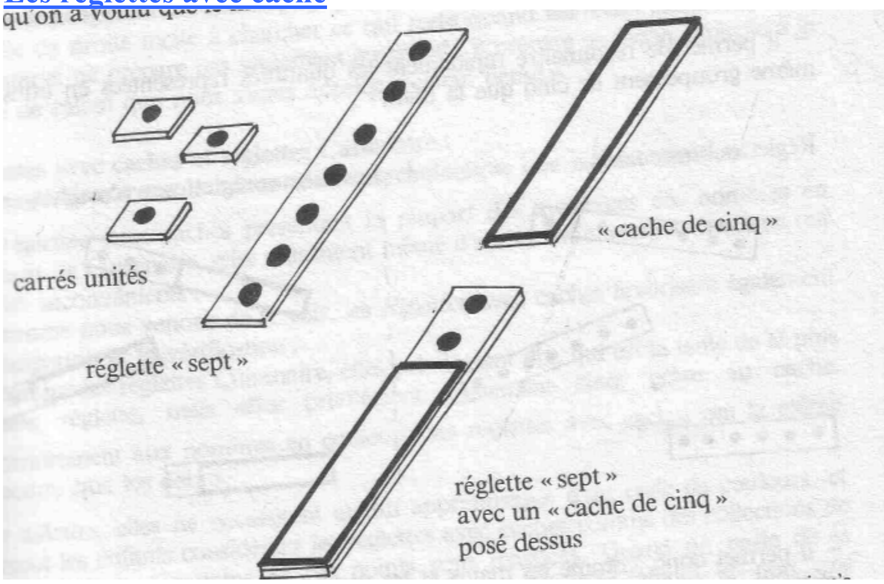
- Mais on peu utiliser les constellations comme outil de communication dans la relation maître-élèves :
    - Le maître montre différentes configurations de points (en constellations, alignés…).Au-dessus de 4, les enfants savent reconnaître celles qui forment des constellations et non les autres.
    - Dans l'exercice classique où les enfants doivent dessiner X objets, on leur demande de disposer les éléments de telle sorte que l'enseignant n'ait pas à compter.

L'usage des réglettes ou « nombres en couleurs »



- L'enfant n'a plus aucune possibilité de « recompter le tout » puisqu'il n'y a plus de divisions unitaires : pas de collections.
- Les réglettes se présentent comme un moyen de vérifier les relations numériques.
- Attention au risque essentiellement perceptif (couleurs).

Les réglettes avec cache



- Petits carrés en carton (2x2cm) avec un point dessiné au centre qui représente l'unité.
- Réglettes constituées par la juxtaposition de ces carrés.
- Caches adaptés à masquer 5 points d'une réglette.
- Permet de reconnaître rapidement les quantités représentées en utilisant le même groupement de cinq que la main.
- Permet d' « illustrer » certaines relations numériques. Ex : avec le cache 6+2 = 5+1+2
- Permet une schématisation des relations numériques.

- Favorise l'anticipation et la vérification.

Quels problèmes pour inciter au calcul ? Et comment les énoncer ?

- Un enfant qui est confronté à l'énoncé d'un problème doit à la fois se représenter la situation décrite par l'énoncé et déterminer le résultat numérique.
- Si la situation décrite dans l'énoncé est complexe, l'emploi du comptage n'est pas nécessairement significatif du fait que l'enfant est incapable de procéder au calcul correspondant.
- Préférer les problèmes plus simples et les énoncer sous la forme la plus simple possible pour que le mode d'obtention du résultat numérique soit l'enjeu essentiel de la situation : le calcul plutôt que le comptage.
  ↳ Les problèmes les plus simples sont ceux où il faut déterminer le résultat d'un ajout.
- L'enseignant doit gérer la taille du domaine numérique sur lequel il privilégie le calcul au comptage.
- La présence de collections dans les énoncés de problèmes n'incite pas au calcul mais elle y fait obstacle parce qu'elle induit le comptage dans des circonstances où le calcul aurait été possible.

→ inciter au calcul en masquant les collections (cf. jeu du gobelet).

► Chapitre 8 : La résolution de problèmes par des procédures de comptage

Distinguer 2 types de situation :

- Pour déterminer le résultat d'un ajout ou d'un retrait, l'utilisation de procédures de comptage permet de travailler sur des quantités de grande taille avec lesquelles les enfants ne savent pas encore calculer.
- Pour résoudre un problème complexe (de division ou de multiplication par ex), les collections-témoins et le comptage qui leur est lié ne servent pas seulement à déterminer le résultat numérique mais aussi à représenter la situation décrite dans l'énoncé.

Comment énoncer les problèmes ?

- L'école doit favoriser le travail sur les représentations plutôt que sur les situations pratiques : le travail sur les représentations est une schématisation du réel.
  ↳ des jetons peuvent aussi bien représenter des élèves, des oiseaux, des balles…
  ↳ le travail sur les représentations favorise la prise de conscience de ce qui dépend du contexte et de ce qui n'en dépend pas.
- Imaginer une résolution pratique de référence :
  - Il ne suffit pas d'avoir fréquemment rencontré un problème pratique pour savoir résoudre le problème mathématique correspondant : demande des capacités de représentation.
  - Forme d'énoncé intéressante est celle où l'absence des données matérielles du problème impose la construction de représentations, mais où la résolution pratique du problème reste en arrière-plan pour permettre un contrôle du travail sur les représentations(=résolution pratique de référence).
- Un dessin permet souvent de créer le problème pratique de référence : il n'est pas nécessaire que le point de départ soit une situation vécue.

Compter les cases d'une file numérique : les problèmes dits d'addition ou de soustraction

- Pour déterminer le résultat d'un ajout ou d'un retrait, les enfants peuvent aussi utiliser les cases d'une file numérique.
- Pour faciliter l'emploi de la file numérique, l'enseignant peut mettre un curseur à la disposition des enfants : plutôt un curseur-séparateur qu'un curseur à fenêtre.
- Déterminer le résultat d'un ajout : la course à *n* :
    - Se joue à 2 ou plus.
    - Consiste à lancer alternativement un dé, à coder son score avec une file numérique avec curseur et le 1er qui a exactement *n* points a gagné.
    - Si un jet de dé fait dépasser *n* points, on passe son tour.
    - Pour que les enfants s'aperçoivent d'éventuelles erreurs dans le déplacement du curseur, on peut adopter un double-codage du score : si un enfant fait 3, on ajoute 3 jetons dans une boîte opaque.
      ↳ Fonction de contrôle + aide les enfants à construire une lecture cumulée de la file numérique.
- Déterminer le résultat d'une partition : la gestion des présents-absents :
    - Les enfants peuvent gérer cette situation en comptant les cases d'une file numérique.
    - Au début de l'année, on peut mettre les cases en correspondance terme à terme avec des étiquettes marquées au nom des enfants.
    - Pour vérifier, la résolution pratique de référence utilise la collection d'étiquettes.
      ↳ Permet de comprendre que chaque case représente un enfant.

Compter quand l'unité est un groupe de *n* objets : les problèmes dits de multiplication ou de division

- Nécessite l'usage de collections-témoins pour représenter la situation décrite dans l'énoncé.
- En maternelle et au CP, les enfants peuvent résoudre ces problèmes dans des cas simples en utilisant des jetons ou le dessin :
    - Dans les problèmes de division, ils forment une collection de jetons correspondant à l'effectif total, ils groupent des jetons par *n* et comptent les groupes de *n*.
    - Dans les problèmes d multiplication, ils forment des groupes de *n* et ne retiennent que le nombre de groupes nécessaires ; l'effectif total est déterminé en fin de procédure : il faut recompter le tout.

  → Les enfants doivent compter alors que l'unité est un groupe de *n*.
- La résolution de problèmes dits de multiplication ou de division aide à la compréhension de la numération décimale.
    - Pour former une collection ayant 40 objets, 2 stratégies :
        - Compter un à un les objets.
        - Former des groupes de 10 (les seuls mots-nombres prononcés sont ceux qui vont de 1 à 10), et compter 4 de ces groupes de 10.
    - Utilisation possible de la file numérique.

Compter pour mesurer des longueurs

- Pour mesurer la longueur en cm d'un segment on peut chercher le nombre d'exemplaires d'un étalon de 1cm qu'il faut juxtaposer pour réaliser cette longueur = mesurage.

- On peut aussi utiliser une série de bandes-témoins de longueur 2cm,3cm,4cm… : avec cet outil, mesurer la longueur du segment c'est rechercher une bande-témoin dont les extrémités peuvent coïncider avec celles du segment.

➨Les enfants réussissent de façon précoce à résoudre un grand nombre de problèmes par des procédures de comptage.

➨Les procédures de comptage et l'utilisation de collections-témoins ont une double fonction chez les débutants :

- Permettent de travailler sur des quantités de grande taille avec lesquelles les enfants ne sauraient pas calculer.
- Aident à la représentation de la situation décrite dans l'énoncé.

▶ Chapitre 9 : Le symbolisme arithmétique (les signes +,- et =) et l'enseignement du calcul pensé

- L'utilisation du symbolisme arithmétique n'est pas indispensable à l'apprentissage du calcul.
- Différencier le langage ordinaire et les écritures arithmétiques.
- Les écritures arithmétiques ont vocation à permettre une schématisation des situations décrites en langage ordinaire : 9-6=3 peut aussi bien correspondre à un problème d'égalisation qu'à la recherche du résultat d'un retrait.

Enseigner l'égalité plutôt que les signes « + » et « - »

Les enfants réussissent mieux dans des exercices du type 3+…=8 que du type 7=2+… : un élève qui oralise 7=2+… sous la forme « 2 plus quoi est égal à7 ? » ne lit pas de gauche à droite.

➔ Face à une égalité arithmétique lacunaire, toutes les oralisations ne se valent pas : il est plus facile de trouver une solution si on a lu « 2 plus quoi est égal à 7 » que « 7 est égal à 2 plus quoi ? ».

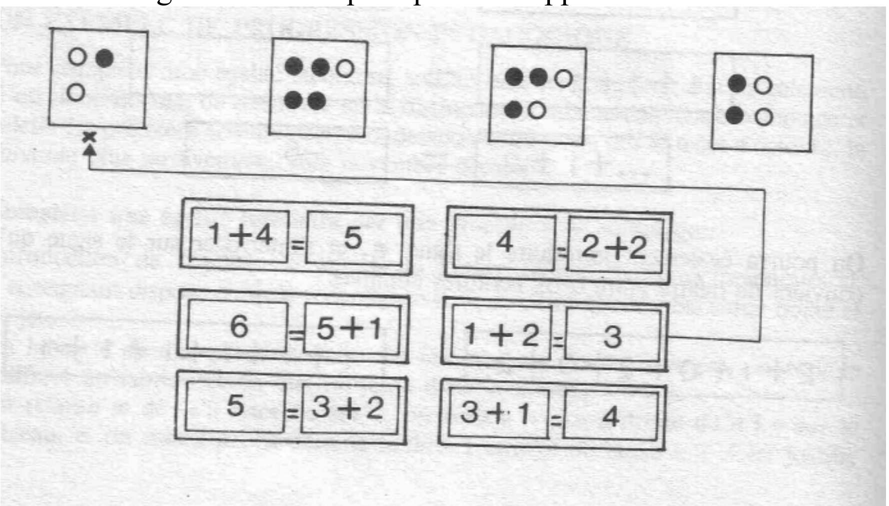
➔ C'est le signe = qui commande une lecture efficace des égalités arithmétiques.

Compléter une égalité lacunaire par une procédure de comptage

- Pour introduire l'égalité, on peut utiliser le jeu de la tirelire (début CP).
- Un dé reconfiguré 0,1,2 + une tirelire + jetons.
- On lance le dé : s'il tombe sur 1, on écrit le chiffre 1 au tableau et on met 1 jeton dans la tirelire.
- On relance le dé : s'il tombe sur 2, on écrit « +2 » à droite du 1 sur le tableau et on ajoute 2 jetons dans la tirelire,etc…
- L'enseignant introduit le signe « = » en explicitant sa signification : on l'utilise pour exprimer qu'il y a la même quantité des 2 côtés du signe =.
- Puis on fait de nombreux exercices où la place de la lacune change.
- Introduction possible du signe « ≠ ».
- Lors de la recherche d'un complément, la procédure la plus simple consiste à n'utiliser que des « 1 » :
  Ex : 5 = 1+2+…
  5 = 1+2+1+1
- Mais inciter les enfants qui le peuvent à écrire directement « +2 ».
- Le choix de 0,1,2 pour le dé s'explique par le désir de simplifier au maximum le comptage.

Compléter une égalité lacunaire par une procédure de calcul

- On veut favoriser le calcul. La situation de référence qui sera utilisée est la mise en relation d'un tout (un ensemble d'éléments) avec ses parties (2 sortes d'éléments : jetons noirs et jetons blancs).
- Utilisation de constellations pour faciliter le calcul.
- 1ère phase : l'enseignant dessine au tableau des collections d'objets de 2 sortes et affiche les égalités numériques qu'il faut apparier aux dessins.



↳ le maître fait verbaliser à chaque fois les raisons de l'appariement.
- 2ème phase : les enfants doivent apparier les mêmes dessins à d'autres égalités lacunaires.
- 3ème phase : égalités lacunaires affichées sous des cadres vides, les enfants doivent dessiner le contenu de ces cadres.

→ au début, petites quantités ; faire augmenter la taille progressivement.
→ ne jamais travailler sur une seule quantité à la fois.

Au CP, les écritures arithmétiques ne servent pas à résoudre des problèmes concrets

- Au CP, lors de la résolution de problèmes concrets, les égalités numériques ne sont pas une aide au calcul.
- Elles ne sont pas non plus une aide à la schématisation.

Pourquoi enseigner les égalités numériques au CP ?

- 2 raisons pour introduire le symbolisme arithmétique dès le CP :
    - notre société est une société de l'écrit : les écritures chiffrées ont très souvent le statut de numéros.
    - Les égalités numériques ont une grande valeur pédagogique car elles constituent d'excellentes situations d'apprentissage du calcul.
- Enseigner l'égalité numérique pour aider à l'apprentissage du calcul : résoudre une égalité lacunaire c'est, suivant le cas, composer ou décomposer des quantités dans un contexte qui a les 2 propriétés suivantes :
    - Dans une égalité numérique, les quantités sont représentées avec des chiffres et non par des collections.
    - Dans une égalité numérique, les « règles du jeu » sont bien connues dès que l'enfant sait lire l'égalité numérique.

L'enseignement du calcul pensé

- 4 procédures de calcul pensé peuvent être enseignées :
    - **L'usage des doubles** : 6+7=6+6+1.
    - **Le « retour aux cinq »** : 8+6=5+3+5+1.

    - **Le « passage de la dizaine »** : 9+4=9+1+3.
    - **Le « retour à la dizaine »** : 12+6=10+2+6.
- Les prérequis au calcul pensé :
    - Il faut que l'apprentissage des doubles et des relations arithmétiques correspondant à 5+x, 10+x ait été amorcé.
    - Il faut que les enfants sachent que lors du calcul d'une somme, l'ordre des compositions est indifférent.

Le calcul pensé et l'apprentissage de la table d'addition

- L'apprentissage par association verbale :
    - La connaissance précoce des doubles fait penser que l'association verbale joue un rôle important.
    - Mais les résultats des tables resteraient vides de sens s'ils étaient seulement le produit d'associations verbales.
- Du calcul pensé vers la connaissance de la table d'addition :
    - La pratique du calcul pensé aide à la mémorisation des résultats de tables.
    - Mais cela ne suffit pas pour accéder à la connaissance des tables :
        - Il faut que l'enfant ne s'aide plus de l'écriture, c'est à dire qu'il pratique du « calcul mental ».
        - Il faut que l'enfant donne immédiatement le résultat quand on l'interroge.
    - Pour faire apprendre les tables, il faut éviter d'utiliser le procédé La Martinière (avec ardoise), il vaut mieux adopter un rythme d'interrogation plus rapide en proposant du « calcul en batterie » : les enfants disposent, par exemple, de 10 cases destinées à recevoir des résultats et l'enseignant énonce les additions correspondantes à un rythme soutenu.

▶ Chapitre 10 : La numération et l'addition des nombres de 2 chiffres

Pour bien concevoir les grandes quantités, il faut changer d'unité

- La conception de la quantité d'un nombre passe par la décomposition en dizaines et unités.
- Le changement d'unité est inscrit dans la langue :
  → Quand on dénombre un gros tas d'objets, au moment d'en ajouter 1 à 99 autres, on peut considérer qu'il y a « un cent » et se mettre à compter les cents : deux cents, trois cents…de la même manière qu'on comptait auparavant les unités.
  → Le « cent » devient l' « unité ».

Un enseignement dont l'enjeu est fondamental, mais qui échoue souvent : la numération

- Il faut que le comptage un à un précède les activités de groupement par dix.
  ↳ enseigner la numération, au départ, c'est créer les conditions pour que les enfants prennent conscience que le comptage des unités peut être résumé en un comptage des dizaines : le comptage des unités est donc nécessairement premier dans les situations pédagogiques correspondantes.
- Pour enseigner la numération, l'enseignant peut s'appuyer sur la façon dont on dit les nombres.
- L'enseignant peut faire utiliser les doigts ou un matériel structuré :

        - Pour que l'enfant puisse se représenter avec les doigts une quantité correspondant à 12, il est judicieux de lui « prêter 10 doigts » de façon à ce qu'il n'ait plus qu'à en ajouter 2.
        - Puis l'enfant pourra comprendre qu'il suffit de montrer 10 doigts et de les refermer avant d'en montrer 2 autres.
- L'enseignant peut s'appuyer sur la façon dont on écrit les nombres.

L'addition naturelle et l'addition en colonnes

- L'enseignant peut également créer des situations pour que les enfants prennent conscience des facilités de calcul qui résultent de l'emploi de la « grande unité » qu'est la dizaine.
- Technique naturelle : ex : 432+227.
  Quatre cent trente deux…et deux cents…
  Six cent trente deux…et vingt…
  Six cent cinquante deux …et sept…
  Six cent cinquante neuf.
- Lorsque l'enseignant suscite la production d'écritures telles que : 25+43 = 20+5+40+3 ou 10+10+5+10+10+10+10+3.
  → très proche de l'addition naturelle car les décompositions sont dictées par le mode d'oralisation des nombres : l'enfant va « compter les dix ».

Enseigner d'abord l'addition naturelle plutôt que l'addition en colonnes

- Dans la progression qui est le plus souvent adoptée, l'addition en colonnes est introduite à partir d'un tableau de numération.
- Mais dès qu'un élève sait faire une addition en colonnes, il n'a plus besoin de mettre en œuvre les connaissances en numération.
  ↳ il oublie souvent ce que désignent les chiffres (dizaines, unités…)
- La pratique de l'addition naturelle améliore la connaissance de la numération décimale :
    - 25+43 = 20+5+40+3
      25+43=60+8
    - pour la mener à bien, il faut :
        - soit que l'enfant ait mémorisé la relation « vingt plus quarante, soixante ».
        - soit qu'il sache retrouver cette relation en disant que « vingt c'est 2 dix », « quarante c'est 4 dix », « 2 dix et 4 dix ça fait 6 dix, c'est à dire soixante ».
        - soit qu'il décompose 25 en « 2 dix et cinq », 43 en « 4 dix et trois » avant de compter les dix ou de compter de 10 en 10.
    - L'enfant sait donc ce que désignent les chiffres : dizaines, unités…

  → Enseigner d'abord l'addition naturelle allonge le temps d'étude de ma numération.
  → La numération devient un outil de calcul pendant une longue période, outil qui se perfectionne avec la pratique du calcul.