

Comment les enfants apprennent à calculer ?

Rémi Brissiaud

édition : Retz

Année : 1989

LE RÔLE DU LANGAGE, DES REPRÉSENTATIONS FIGURÉES ET DU CALCUL DANS LA CONCEPTUALISATION DES NOMBRES

Chapitre I : Comment les enfants accèdent à la signification des mots-nombres ?

- Le comptage et l'accès à la signification quantitative des mots-nombres : le point de vue de Rochel Gelman

Selon Gelman (psychologue américaine, à partir des années 70 qui exerce une influence dans les conceptions de l'apprentissage du nombre chez l'enfant), le fait qu'un enfant réponde à la question : « combien de... 1, 2, 3, 4... donc combien ?... 1, 2, 3, 4 » ne signifie pas que l'enfant est incapable d'exploiter ce comptage pour désigner une quantité \Rightarrow il est simplement du à une surcharge cognitive qui s'estompera avec le temps.

- L'hypothèse du comptage-numérotage

Le comptage-numérotage associe chaque membre d'une collection à un numéro, ce qui veut dire que le dernier membre n'est pas associé à une quantité mais à un numéro (une sorte de nom).

- Un point actuel sur la controverse.

Pour Karen Fuson, les enfants réussissent mieux à répondre à la question « combien y a-t-il d'objets ici ? » qu'aux questions « Est-ce qu'il y a trois objets ici ? » et « Donne moi trois objets. ».

Elle explique cela, d'une part par le fait que c'est la question à laquelle les enfants sont le plus confrontés et donc le plus entraînés ; et d'autre part parce qu'ils isolent le dernier mot de leur comptage pour le fournir comme réponse (parce qu'ils y sont entraînés) \Rightarrow c'est ce que Fuson appelle la « règle du dernier mot prononcé ». Mais cela ne signifie pas que, pour eux, ce dernier mot a une signification quantitative.

- Comprendre que les mots nombres ont une signification quantitative en utilisant leurs

propriétés linguistiques


- Contraintes linguistiques et accès à la signification d'un mot.
- L'expérience de Wynn : les enfants savent que « trois » désigne une quantité avant de savoir laquelle.
- Les enfants accèdent-ils à la signification exacte des mots-nombres « deux » et « trois » à l'aide du seul comptage ?

● **L'accès à la signification quantitative exacte des premiers mots-nombres grâce à l'usage d'une collection témoin de doigts**

Il est primordial selon Brissiaud de réfléchir à ce genre de situation :

Un enseignant de ps et un enfant découvrent ensemble un album. L'enseignant lui dit : « Tu vois, là, il y a trois chiens, comme ça », en lui montrant à la fois les trois chiens de l'image et les trois doigts de la main.

- La notion de collection-témoin

Deux inscriptions avec un taureau et IIII à côté et l'autre ,  un truc comme ça.

Dans le premier cas il s'agit d'une collection témoin, basé sur une représentation analogique. Le deuxième (qui désigne 4 également) est basé sur une représentation langagière, qui est arbitraire ou non motivée ou encore conventionnelle.

Le dialogue mentionné plus haut à condition que l'élève comprennent que chaque doigt est remplaçable par un autre (la quantité restant inchangée) donc que l'enseignant varie les doigts utilisés selon les jours, est excellent pour l'approche du nombre par les enfants.

- Quelle différence avec la thèse de Wynn et Bloom ?

● **L'accès à la signification quantitative exacte d'un mot-nombre grâce à la description verbale du nombre sous la forme d'une décomposition**

Le dialogue qui dit « il y a quatre caméras, une là, une là et il y en a une là et encore une là » aide plus l'enfant à comprendre le nombre dans sa cardinalité que si la mère (dans le dialogue) avait dit à son fils : « il y a quatre caméras : une, deux, trois et quatre ». Il y a des chances pour que l'enfant associe le quatre à une caméra (« la quatre ») et non à l'ensemble.

Pour être encore plus explicite on peut utiliser une collection témoin de doigts pour repérer l'aspect additif compris dans quatre et la décomposition en un et un et un et un.

● **L'accès à la signification quantitative exacte d'un mot-nombre grâce à l'usage conjoint d'une collection témoin de doigts et d'une description verbale du nombre**

Chapitre II : Qu'est-ce que conceptualiser les premiers nombres ?

- **Abstraire les unités numériques et savoir les énumérer de différentes façons**

Si la correspondance terme à terme va permettre à l'enfant d'abstraire les unités numériques des collections correspondantes pour rendre compte de leur totalité, ce n'est pas le seul moyen.

Brissiaud préconise également la stratégie de décomposition-recomposition. C'est une stratégie essentielle à développer chez l'élève et qui va lui permettre d'aller plus loin que les simples procédures de comptage.

- **Les mots-nombres comme symboles d'équivalence**

L'équivalence entre les procédures de comptage d'une part et celles de décomposition-recomposition, de l'autre, fait partie intégrante de ce qu'on peut appeler la conceptualisation du nombre.

Avoir conceptualisé le nombre 8, ce n'est pas seulement savoir compter jusqu'à 8 ; c'est aussi savoir exprimer ce nombre à l'aide des repères 5 et 10, c'est savoir que, pour former une collection de 8 objets, on peut réunir une collection de 5 et une autre de 3, enlever deux objets à une collection de 10, ajouter un objet à une collection de 7 etc. Le mot-nombre « huit », le chiffre « 8 » sont des symboles de l'équivalence entre toutes ces procédures. (voir le parallèle avec un comptage avec des lettres)

- **La conceptualisation comme accès à un comportement stratégique**

Le mot « stratégie » désigne une procédure quand elle est choisie parmi un ensemble de possibles. On peut donc résumer ce qui précède en disant qu'avoir conceptualisé le nombre 8, c'est accéder à un comportement stratégique dans la formation d'une collection comportant 8 unités, en utilisant la plus appropriée.

- **L'école doit favoriser le plus précocement possible l'appropriation de stratégies de décomposition-recomposition**

Si la procédure de comptage n'est pas accompagné de la procédure de décomposition-recomposition, il sera difficile pour l'enfant de rentrer dans la conceptualisation. C'est le rôle de l'école de développer cette procédure beaucoup moins répandue que l'autre.

Chapitre III : Les études interculturelles des années 1990-2000 : la mémorisation du répertoire additif

Évocation des études faites au cours des années 1990-2000 au sujet des meilleures performances des élèves asiatiques par rapport aux élèves occidentaux qui pourraient être directement reliées à leur système de numération orale beaucoup plus en adéquation avec la numération écrite que chez les

occidentaux.

- **La meilleure appropriation du répertoire additif élémentaire chez les enfants asiatiques : un paradoxe facile à expliquer**

Les asiatiques savent mieux compter que les occidentaux pour les nombres entre 0 et 20 (les fameuses « tables »). Cela vient-il de leur système de numération-mots ?...

Pourtant des études ont montré que les carences au niveau du langage n'ont aucun impact (ou presque) sur les performances en matière de comptage (théorie soutenue entre autre par Fayol).

Comment expliquer, dès lors, ce phénomène ?

Tout simplement parce que le système de numération-mots des asiatiques permet plus facilement le comptage en passant par la décomposition-recomposition. $9+7=9+1+6$

Or, la disponibilité de stratégies de décomposition-recomposition atteste mieux du niveau de conceptualisation que celle des stratégies de comptage, qui, de manière générale, sont plus facilement accessible. Les asiatiques qui utilisent beaucoup plus cette technique ont mieux conceptualisé les 20 premiers nombres que leur alter-ego américains.

- **Une autre façon d'expliquer la meilleure appropriation du répertoire additif élémentaire chez les enfants asiatiques**

Les premiers mots-nombres en langue asiatique n'ont souvent que deux phonèmes contre parfois quatre pour les français, ce qui a une influence sur l'empan mnésique. Les asiatiques vont retenir 9 nombres contre 7 pour les français du fait de cette caractéristique.

Mais selon Brissiaud, cette thèse, avancée par les psychologues, n'a pas une si grande influence.

C'est bien la capacité des asiatiques à procéder par la décomposition-recomposition qui leur donne une supériorité, tant sur l'efficacité que sur la conceptualisation des nombres.

Chapitre IV : Les études interculturelles des années 1990-2000 : La conceptualisation de la numération

Mais les recherches ont mis en avant que l'une des principales causes de l'avance des asiatiques dans la compréhension de la numération décimale est que leur numération mot facilite la compréhension du rôle du groupement de 10 dans la numération décimale.

Avoir compris que 347 se « comptait » plus vite en changeant d'unité 3 grandes unités (les cents) puis lorsqu'il n'y a plus assez d'objets pour compter des 100, on peut compter des 10 (au lieu des 1) puis, quand il ne reste plus assez d'objets pour compter des 10, on peut compter les 1 restant. Par contre les élèves doivent avoir à l'esprit que cette procédure pourrait être remplacé par celle du

comptage un en un... elle est juste plus rapide \Rightarrow on est donc bien toujours ici dans un comportement stratégique (choix de procédure la plus adaptée parmi des possibles) !

Si la compréhension par les élèves que « cent » est une grande unité se passe assez bien c'est parce que la numération-mot est assez explicite ici : cent, deux cent, trois cent... on voit bien l'effet « grande unité ». Malheureusement il n'en est pas de même pour les dizaines (contrairement aux asiatiques) qui sont beaucoup moins sous-tendue, dans leur retranscription mot, par le concept de « grande unité ». Or c'est la première « grande unité » que les élèves rencontrent...

C'est donc la notion même de changement d'unité, au fondement de la numération décimale, que les élèves risquent de ne pas comprendre et, par conséquent, de ne pas conceptualiser.

- **Deux tâches qui mettent en évidence la supériorité des élèves asiatiques dans la conceptualisation de la numération**

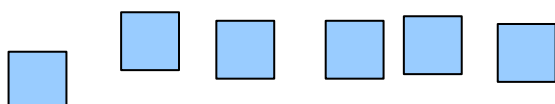
- Une première tâche qui peut conduire à se leurrer sur le niveau de conceptualisation des élèves

On propose du matériel multibase aux élèves. Ils doivent reconstituer 42 (écrit sous cette forme).

Les élèves asiatiques (fin de CP) emploient à 100% la procédure de regroupement par dizaine, tandis que les américains ne le font qu'à 31%. Cependant chez les asiatiques, 42 se dit « quatre dix deux » ; ils ont donc peut-être mis quatre dix et puis deux unités sans pour autant avoir conscience des relations qui unissent ces deux éléments (dizaines et unités).

- Une seconde tâche révélant mieux le niveau de conceptualisation de la numération décimale

On dispose trois barres de 10 et douze cubes aux enfants en leur demandant de dire combien ça fait.



L'enfant, s'il trouve bien 42 est interrogé pour savoir ce qui dans le matériel présenté correspond au chiffre « 4 » et ce qui correspond au chiffre « 2 ». L'élève devra rassembler les 10 unités pour construire une dizaine.

Cela implique ici un double point de vue de la dizaine :

- grande unité
- composition de 10 « petites unités ».

Comprendre la numération décimale, c'est être capable d'adopter ce double point de vue.

Cette tâche est donc bien préférable à la première pour apprécier le niveau de conceptualisation de la numération décimale chez des élèves. Les coréens restent meilleurs mais la réussite n'est pas totale (elle passe à 58%, contre 25%).

- **Quel rôle pour le facteur langagier dans la conceptualisation de la numération décimale ?**

Pour conduire à la conceptualisation, la régularité de la suite verbale doit être interprétée en terme d'actions.

Connaître la régularité verbale de notre suite numérique après « vingt » et être capable de l'interpréter correspondent à des moments différents des progrès. Le langage peut aider à la conceptualisation, il ne se suffit jamais à lui-même.

- **Des pratiques pédagogiques qui font que les élèves occidentaux conceptualisent la numération aussi bien que les asiatiques...**

Expérience récente de Karen Fuson et ses collaborateurs : apprendre un double langage pour la numération. Un langage à l'asiatique et un langage conventionnel. Cela s'est fait aux états-unis avec l'anglais et l'espagnol. Les résultats de ces élèves deviennent équivalents aux résultats des asiatiques voire même supérieurs.

Les recommandations de Brissiaud ne vont pas jusque là : il s'agit juste de dire de temps en temps « trois dix et quatre » pour faire comprendre à l'élève que le nombre représenté correspond à trois groupements de 10 et 4 unités.

- **Dix est une « grande unité de compte » qu'il faut savoir utiliser pour mesurer la taille des nombres supérieurs à cent.**

Utile notamment pour la soustraction et la division mais aussi pour mieux comprendre le concept de

dizaine en tant que nombre et non seulement en tant que chiffre.

Chapitre V : Vers une théorie de l'usage pédagogique des représentations figurées

Pour Stella Baruk, « une fois que l'on sait que dix dizaines font cent, il n'est pas nécessaire de représenter quoi que ce soit : on est dans système d'écriture qui a du sens de façon intrinsèque, c'est à dire par lui-même »

Pour Brissiaud, « l'usage de représentations figurées (rappelons qu'on dit aussi « analogiques ») peut favoriser la conceptualisation de la numération décimale, à condition que l'enseignant choisisse des tâches et des façons de dialoguer appropriées ».

- **S'appuyer trop précocement sur le « fonctionnement intrinsèque » des écritures arithmétiques peut conduire à une première forme de verbalisme**

Comment faire comprendre aux élèves que dans 346, il y a 34 dizaines...

Le gros danger est que l'élève se dise : « si je suis interrogé là-dessus, j'isole les deux premiers chiffres et j'obtiens la bonne réponse » \Rightarrow l'élève réussit dans le sens où sa réponse sera bonne mais il s'agit d'une « fausse réussite » et dès que la question sera posée différemment, ce vernis de savoir disparaîtra car il n'y a pas de réelle compréhension... ce n'est que du verbalisme !

- **L'usage de représentations figurées au delà de 100 pour éviter cette première forme de verbalisme**

Activité pour éviter de tomber dans cet écueil : on peut inviter les élèves à répartir 346 jetons : on prend une enveloppe et on les remplit de 10 jetons (on écrit 10 sur l'enveloppe) ; au bout de 10 enveloppes on les met dans une grande enveloppe sur laquelle on écrit 100...

à la fin on demande aux élèves de compter le nombre de « paquets de 10 » ou d'enveloppes de 10, en précisant éventuellement de ne pas oublier celles qui ne se voient pas.

À priori le concept de nombre de dizaines dans le nombre 346 sera mieux compris par les élèves en procédant comme ça.

L'important ici, encore une fois, est de bien comprendre l'équivalence entre 34 dizaines et 6 avec 3 centaines et 4 dizaines et 6 (unités).

- **Il y a deux formes de verbalisme : le verbalisme de figurations et le verbalisme des signes numériques**

L'usage des figurations pour les centaines, dizaines et unités peut aussi conduire à une sorte de

verbalisme : l'enfant peut associer 5 grandes enveloppes à 500, puis 3 enveloppes à 30 et 2 jetons à 2 et répondre 532, sans forcément y mettre de sens. C'est une forme de verbalisme. Cet autre dysfonctionnement provient du fait que les enveloppes ne sont pas conçues comme la représentation spatiale du résultat d'une action : le remplissage des enveloppes par 100 ou 10 jetons selon le cas. Comme tout à l'heure ils raisonnent sur des représentations statiques (écriture chiffrée (pour les nombres de dizaines) ou figuration) qui ne sont pas conçues comme le résultat d'une action de dénombrement.

- **L'emploi du mot « groupe » pour se protéger du verbalisme des figurations**

Les mots dizaines et centaines ne sont pas les mieux à même de représenter les concepts auxquels ils réfèrent.

Plutôt que de parler d'enveloppe de 10 (ou de 100) ou de paquets de 10 ou de boîtes de 10... il vaut mieux parler de « groupe de 10 », qui permettra plus facilement un transfert (sur les enveloppes, les boîtes...), car le mot est plus général.

De plus le mot groupe renvoie à une action (on groupe) et au résultat d'une action. L'important est que l'élève associe ce « groupe » au fruit d'une action et qu'il ne les considère pas de manière statique (comme des carottes)